Aufgaben zum Vektorprodukt

AP 1994/BI

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte A(1;−1;2), B(3;0;−2) und C(−2;1;0) gegeben, sowie die Punkte $D_a(a; a-2; a+1)$ mit $a \in \mathbb{R}$. .....

3 Setzen Sie nun a=0.

3.1 Der Punkt $D_0(0;-2;1)$ ist die Spitze eines Tetraeders mit der Grundfläche ABC. Berechnen Sie das Volumen dieses Tetraeders. [4]

3.2 Zeigen Sie, dass das Dreieck AD_0C rechtwinklig ist im Punkt D_0. [3]

3.3 Berechnen Sie die Flächenmaßzahl des Dreiecks AD_0C. [3]

Verschärfe Version:

3.1 Ermitteln Sie, für welche Werte von a der Punkt D_a in der Ebene ABC liegt.

3.2 Bestimmen Sie a so, dass das Dreieck AD_aC rechtwinklig ist im Punkt D_a.

3.3 Berechnen Sie die Flächenmaßzahl des Dreiecks AD_aC in Abhängigkeit von a.

AP 1994/BII

3.0 Gegeben ist die Punktmenge $P_t(t; 0; -2t)$ mit $t \in \mathbb{R}$.

3.1 Weisen Sie nach, dass der Punkt A(−2; 0; 4) aus Teilaufgabe 1.1 zur Punktmenge P_t gehört. [2]

3.2 Jeder Punkt P_t bildet für $t \neq -2$ mit den Punkten B(0; 1; 2) und C(2; 2; 0) das Dreieck P_tBC. Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt J(t) des Dreiecks gilt: $J(t) = 1{,}5 \cdot |t + 2|$. [5]

3.3 Berechnen Sie, für welche Werte von t des zugehörige Dreieck den Flächeninhalt 4,5 besitzt. [3]

AP 1995/BI

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte A(2; –2; 1), B(3; 0; –1), C(2; 4; –2) gegeben. Die Ebene E enthält die Punkte A, B und C.

2.1 Die Punkte $S_k(3; 5-2k; k)$ mit $k \in \mathbb{R}$ liegen auf einer Geraden h. Geben Sie eine Gleichung dieser Geraden an. [2]

2.2 Berechnen Sie das Volumen des Tetraeders $ABCS_k$. Was folgt aus dem Ergebnis über die Lage der Geraden h bezüglich der Ebene E? [5]

AP 1996/BII

1.0 In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte A(2; –1; 3),B(–1 ; –1 ; 7) und C(1; –1; –4) gegeben. Die Punkte A und B bestimmen die Gerade g.

1.1 Die Punkte A, B und C und ein weiterer Punkt X sind die Eckpunkte des Parallelogramms ABXC. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes X sowie die Flächenmaßzahl I des Parallelogramms ABXC. [Teilergebnis: I = 25] [5]

1.2 Berechnen Sie mit Hilfe der Flächenmaßzahl I aus Teilaufgabe 1.1 den Abstand des Punktes C von der Geraden g. [3]

1.3 Berechnen Sie die Koordinaten des Diagonalenschnittpunkts des Parallelogramms ABXC. [1]

AP 1997/BII

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A_k(2; 3; k)$ mit $k \in \mathbb{R}$, B(0; 3; 2) und C(2; 0; 2) gegeben. Die Punkte A_k, B und C sind für die Eckpunkte des Dreiecks A_kBC

2.1 Zeigen Sie, dass der Winkel α_k für k = 2 seinen maximalen Wert von 90° erreicht. [5]

2.2 Zeichnen Sie für den Sonderfall k = 2 das Dreieck A_2BC im Maßstab 1LE = 1 cm, und geben Sie seine Flächenmaßzahl an. [3]

AP 1999/BII

Zeigen Sie, dass die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ein Basis des R^3 bilden. Stellen Sie $\vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ als Linearkombination dieser Basis dar. [6]